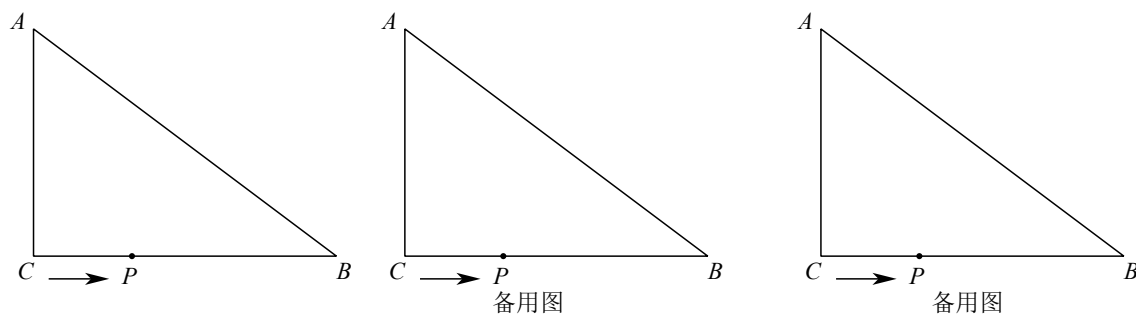


## 2024 秋季初二数学每日一题打卡 015

015 试题来源：2023 秋苏州工业园区校级月考

如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，动点  $P$  从点  $C$  出发，按  $C \rightarrow B \rightarrow A$  的路径，以每秒  $1\text{cm}$  的速度运动，设运动时间为  $t$  秒。



- (1) 当  $t = 2$  时，求  $\triangle ABP$  的面积；
- (2) 当  $t$  为何值时，线段  $AP$  恰好平分  $\angle CAB$ ？
- (3) 当  $t$  为何值时， $\triangle ACP$  是等腰三角形？

## 试题解析

如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$ , $AC=6\text{cm}$ , $BC=8\text{cm}$ ,动点 $P$ 从点 $C$ 出发,按 $C\rightarrow B\rightarrow A$ 的路径,以每秒 $1\text{cm}$ 的速度运动,设运动时间为 $t$ 秒.

(1) 当 $t=2$ 时,求 $\triangle ABP$ 的面积;

解: (1) 由题意得,当 $t=2$ 时, $CP=2(\text{cm})$ ,则 $BP=8-2=6(\text{cm})$ ,

$$\therefore \triangle ABP \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times BP \times AC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18(\text{cm}^2);$$

(2) 当 $t$ 为何值时,线段 $AP$ 恰好平分 $\angle CAB$ ?

(2) 作 $PD \perp AB$ 于 $D$ ,根据角平分线的性质得到 $PC=PD$ ,根据勾股定理列式计算;

(2) 当线段 $AP$ 恰好平分 $\angle CAB$ 时,作 $PD \perp AB$ 于 $D$ ,如图1,

$\therefore$  线段 $AP$ 平分 $\angle CAB$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $PD \perp AB$ ,

$$\therefore PC=PD, AC=AD=6(\text{cm}),$$

$$\therefore \angle ACB=90^\circ, AC=6\text{cm}, BC=8\text{cm},$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10(\text{cm}),$$

$$\therefore BD = AB - AD = 4(\text{cm}),$$

$$\text{在 } Rt\triangle BPD \text{ 中, } PB^2 = PD^2 + BD^2, \text{ 即 } (8-PC)^2 = PC^2 + 4^2,$$

解得, $PC=3(\text{cm})$ ,  $\therefore$  当 $t=3$ 时,线段 $AP$ 恰好平分 $\angle CAB$ ;

(3) 当 $t$ 为何值时, $\triangle ACP$ 是等腰三角形?

(3) 分 $CA=CP$ 、 $PA=PC$ 、 $AC=AP$ 、 $AC=CP$ 四种情况,根据等腰三角形的性质解答.

【解答】(3) 当 $CA=CP$ 时, $CP=6\text{cm}$ ,

$$\therefore t = 6 \div 1 = 6 \text{ 秒};$$

当 $PA=PC$ 时, $\angle PAC=\angle PCA$ ,

$$\therefore \angle PAC + \angle B = 90^\circ, \angle ACP + \angle PCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PCB = \angle PBC,$$

$$\therefore PA = PC = PB = 5\text{cm},$$

$$\therefore t = (CB + BP) \div 1 = 13;$$

当 $AC=AP$ 时, $AP=6\text{cm}$ ,  $AB=10\text{cm}$ ,

$$\therefore PB = AB - AP = 4\text{cm},$$

$$\therefore t = (CB + BP) \div 1 = 12;$$

当 $AC=CP$ 时,如图2,作 $CD \perp AB$ 于点 $D$ ,

$$\triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times AB \times CD,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10 \times CD,$$

解得, $CD=4.8$ ,

$$\text{在 } Rt\triangle ACD \text{ 中, } AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = 3.6,$$

$$\therefore AP = 2AD = 7.2,$$

$$\therefore BP = AB - AP = 2.8,$$

$$\therefore t = (CB + BP) \div 1 = 10.8;$$

综上所述,当 $t$ 为6或13或12或10.8时, $\triangle ACP$ 是等腰三角形.

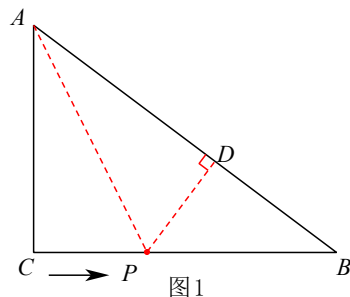


图1

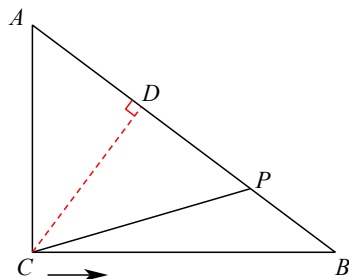


图2